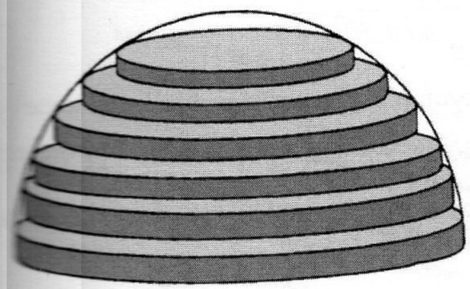
# 1. Volume d'une boule

En remplaçant une boule par un empilement de cylindres droits de diamètres décroissants, il est possible d'obtenir un encadrement du volume de cette boule. Les calculs nécessaires reposent sur le théorème de Pythagore.

## 1.1 Principe du calcul



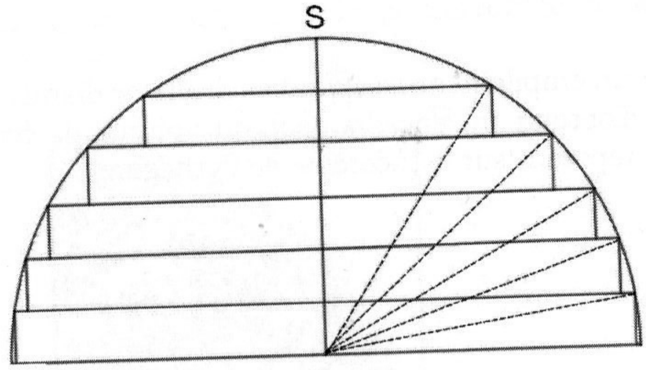
Au III^e siècle avant J.-C., Archimède a réussi à calculer des aires et des volumes à l'aide de sa « méthode d'exhaustion ». Cette méthode consistait à remplacer le volume ou l'aire à évaluer par un très grand nombre de volumes ou d'aires plus simples, des rectangles, des prismes, des cylindres par exemple.

Avec la naissance du calcul infinitésimal, les mathématiciens du XVII^e siècle ont repris cette idée et l'ont appliquée à de nombreux cas, celui d'une boule par exemple.

## 1.2 Le calcul

En pratique, on peut se contenter d'effectuer les calculs pour une demi-boule seulement.

1. Le schéma qui suit montre comment on peut empiler des cylindres, 5 dans le cas de la figure, pour obtenir une valeur approchée par défaut du volume d'une demi-boule de rayon $r$ et de centre $O$.



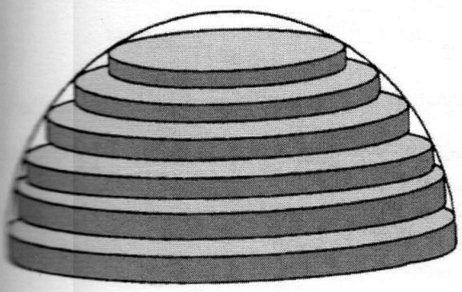

D'une façon générale, on partage le rayon [OS] en $n$ parties égales. Chaque cy-lindre a une hauteur $h = \frac{r}{n}$. Il y a $n$-1 cylindres dont les rayons $r_i$ sont donnés, d'après le théorème de Pythagore, par la formule $r_i = \sqrt{r^2 - (ih)^2}$. Dans cette for-mule, l'indice $i$ varie de 1 à $n$-1.

Les volumes $V_i$ des cylindres sont donnés par la formule $V_i = \pi r_i^2 h$ pour $i$ va-riant de 1 à $n$-1.

# 1. Volume d'une boule

En remplaçant une boule par un empilement de cylindres droits de diamètres décroissants, il est possible d'obtenir un encadrement du volume de cette boule. Les calculs nécessaires reposent sur le théorème de Pythagore.

## 1.1 Principe du calcul



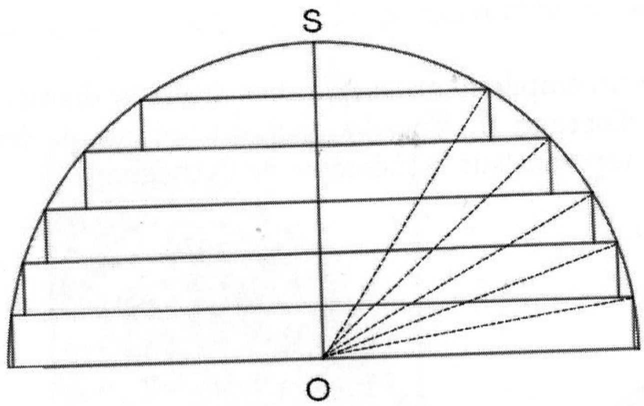
Au III$^e$ siècle avant J.-C., Archimède a réussi à calculer des aires et des volumes à l'aide de sa « méthode d'exhaustion ». Cette méthode consistait à remplacer le volume ou l'aire à évaluer par un très grand nombre de volumes ou d'aires plus simples, des rectangles, des prismes, des cylindres par exemple.

Avec la naissance du calcul infinitésimal, les mathématiciens du XVII$^e$ siècle ont repris cette idée et l'ont appliquée à de nombreux cas, celui d'une boule par exemple.

## 1.2 Le calcul

En pratique, on peut se contenter d'effectuer les calculs pour une demi-boule seulement.

1. Le schéma qui suit montre comment on peut empiler des cylindres, 5 dans le cas de la figure, pour obtenir une valeur approchée par défaut du volume d'une demi-boule de rayon $r$ et de centre $O$.




D'une façon générale, on partage le rayon [OS] en $n$ parties égales. Chaque cy-lindre a une hauteur $h = \frac{r}{n}$. Il y a $n$-1 cylindres dont les rayons $r_i$ sont donnés, d'après le théorème de Pythagore, par la formule $r_i = \sqrt{r^2 - (ih)^2}$. Dans cette for-mule, l'indice $i$ varie de 1 à $n$-1.

Les volumes $V_i$ des cylindres sont donnés par la formule $V_i = \pi r_i^2 h$ pour $i$ va-riant de 1 à $n$-1.